**1차독립, 1차종속 p110** 을 만족하는 실수 가 0뿐일 때 **1차독립**적어도 하나는 0이 아닌 실수 가 위 식을 만족하면 는 **1차종속  
1차독립일 필요충분조건:** (A는 정칙행렬)  
**1차종속일 필요충분조건:**

**기저, 차원 () p118**에 대해 이면, 은 의 **기저**이다.  
이때 을 의 **차원**이라 하고, 으로 표시한다.

**좌표 () p121**가 의 기저일 때, 의 각각의 벡터 는 적당한 실수 에 대해  
으로 유일하게 표시되므로, 를 벡터 의 기저 에 대한 **좌표**라 한다.  
이때 기저 에 대한 의 좌표행렬은 다음과 같다.

**보충공간 p125**이면 를 의 **보충공간**이라 한다.

**전이행렬 p131**을 의 두 기저라 하자. 따라서 다음과 같다.  
 따라서, 이다.  
이때, 에서 로의 **전이행렬**  이다.  
임의의 에 대해 이다.

**내적(=도트곱) p134**에 대해 이다.  
다음을 만족한다  
**(1)** **(2)** **(3)** **(4)**  
(코시-슈바르츠 부등식), (삼각부등식)

**직교집합, 정규직교기저 p138**벡터 에 대해, 모든 에 대해, 이면, 을 **직교집합**이라 하고  
모든 에 대해 이면 을 **정규직교기저**라 한다.

**Gram-Schmidt의 직교화과정 p140**가 주어졌을 때

이렇게 생성된 는 직교이며, 벡터 이면 정규직교기저  
**예제 4.5.19 p140**  
를 의 정규직교기저를 만들어라.  
그러면 는 의 정규직교기저이다.

**직교보충공간**예를 들어 의 부분공간 의 직교보충공간은 이다.  
**예제 4.5.23**의 벡터 에 대해, 라 하자.  
**(1)** 의 직교보충공간을 구하여라.  
이면, 이다. 따라서 이다.  
 이므로 이다.  
**(2)** 를 의 벡터와 의 벡터의 합으로 표시하라.

**선형변환(=선형사상) p151**다음 성질을 만족하는 함수 를 에서 으로 대응되는 **선형변환**이라 한다.

**상 (**  **) p156**

**핵 (**  **) p157**선형변환 이 단사함수일 필요충분조건은 이다.

**표준행렬 p162**를 만족하는 행렬 를 함수의 **표준행렬**이라 한다.  
**(1)** **(2)**

**기저 에 관한 선형변환 의 행렬 (**  **) p167**에 대하여을 의 기저, 을 의 기저라 할 때  
 를 만족하는 행렬을  
**기저 에 관한 선형변환 의 행렬** 이라 하고, 로 적는다.  
를 만족한다.  
**예제 5.2.2**다음 선형사상 의 주어진 기저에 관한 행렬을 구하여라.  
**(2)**을 각각 와 의 기저라 할 때 를 구하여라.

**상사 p178**두 정사각 행렬에 대하여 를 만족하는 정칙행렬 가 존재하면 두 행렬 는 **상사**이다.  
 를 만족한다.  
이 선형변환이라 하자. 가 단사함수일 필요충분조건은 이다.  
**예제 5.3.4**다음에 주어진 선형변환 이 단사함수인지 결정하라

를 의 표준기저라 하면 이다.  
따라서 이므로 단사함수이다.

**고유치, 고유벡터 p181**차 정사각행렬 에 대하여 를 만족하는 0이 아닌 벡터 와 실수 가 존재하면 를 의 **고유치**라 한다.  
를 고유치에 속하는 **고유벡터**라 한다. 다음을 만족한다.  
**(1)** 가 특성방정식 의 근이다. **(2)** 행렬 이 정칙이 아니다.  
**(3)** 은 비 자명해를 가진다. **(4)**   
**(5)** 가 상사인 차 정사각행렬이면 는 같은 고유치를 갖는다. **(6)**   
**(7)**  여기서 는 행렬의 대각선 상의 요소들의 합이다.  
**(9)** 차 정사각행렬 가 정칙일 필요충분조건은 이므로 곧 이다.   
**(10)** 차 정사각행렬인 의 와 는 같은 고유치를 갖는다.  
**예제 5.3.8**다음 행렬의 고유치, 고유벡터를 구하여라.  
**(1)**   
일 때   
일 때  **(2)**   
일 때   
일 때

**대각화 가능 p189** 를 만족하는 정칙행렬 가 존재하면 는 **대각화 가능**하다고 한다.  
또한 이러한 와 를 구하는 과정을 **대각화**한다고 한다  
가 **대각화 가능**일 필요충분조건은 가 일차독립인 개의 고유벡터를 가진다.  
대각화 과정은 다음과 같다.  
**(1)** 의 고유치 를 모두 구한다. **(2)** 의 각 고유치 에 속하는 고유벡터 를 구한다.  
**(3)** (2)에서 구한 개의 고유벡터들이 일차독립인가를 조사한다.  
**(4)** 고유벡터 이 일차독립일 때 이다.

**고유공간** **p191**의 해들의 집합을 고유치 에 속하는 **고유공간**이라 부르고 로 적는다.  
에 대하여 가 의 서로 다른 고유치이면 이다.  
서로 다른 고유치에 속하는 고유벡터는 일차독립이다.  
가 개의 서로 다른 고유치를 가지면 는 대각화 가능하다.  
**예제 5.4.8**다음 행렬들을 대각화 하여라  
**(1)**   
일 때   
일 때   
**(2)**   
일 때   
일 때

**(3)**   
일 때   
일 때   
일 때

**예제 5.4.11 p198**다음 행렬 에 대하여 을 구하여라  
예제 5.4.8의 (3)에서 이다.  
그러므로 이다.  
따라서